BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi tidak terlepas dari peranan matematika. Hal ini membuat matematika menjadi sangat penting artinya. Dapat dipastikan bahwa setiap bagian dari ilmu dan teknologi baik dalam unsur kajian umum ilmu murni maupun terapannya memerlukan peranan matematika sebagai ilmu bantunya.

Permasalahan dalam kehidupan sehari-hari seperti masalah penentuan jumlah pekerja seminimal mungkin untuk melakukan suatu proses produksi agar pengeluaran biaya pekerja dapat diminimalkan dan hasil produksi tetap maksimal; pembuatan rancangan oleh pihak rumah sakit untuk pengeluaran minimum kebutuhan sekian total pasien rumah sakit perhari; luas maksimum lokasi parkir di setiap titik yang harus disediakan oleh sebuah mall agar bisa menampung rata-rata kendaraan total roda empat dan roda dua miliki para pengunjung; dan lain sebagainya (Leksono, 2009:15), merupakan beberapa dari persoalan optimasi yang dapat dipecahkan melalui salah satu bagian dari matematika terapan yaitu program linear *(Linear-Programing)*.

Dalam persoalan optimasi tersebut, diminta untuk menentukan nilai optimum (nilai maksimum atau nilai minimum) dari suatu fungsi matematika yang telah dimodelkan dari permasalahan yang ada (Amalia, 2009:1). Akan tetapi dalam pemograman Linear semua fungsi yang terlibat (fungsi tujuan dan fungsi kendala) adalah linear. Sementara akan banyak masalah praktis lainnya dalam kehidupan sehari-hari yang tidak dapat diselesaikan dengan program linear. Masalah yang tidak dapat diselesaikan tersebut, adalah masalah yang bila dimodelkan secara matematis tidaklah linear, dengan kata lain pemodelannya mengandung variabel berderajat lebih dari satu yang dikenal dengan derajat non-linear. Terdapat banyak jenis masalah pemograman non-linear, tergantung pada karakteristik fungsi tujuan dan fungsi kendalanya (Amalia, 2009:1).

Masalah pemograman non-linear menjadi sebagian kecil dari masalah variasional yang berhubungan dengan optimasi fungsional yang dapat dipecahkan oleh metode klasik dalam kalkulus variasi. Kalkulus variasi dikembangkan oleh Bernoulli, Newton, dan Euler pada awal abad ke-18 yang merupakan cabang ilmu matematika yang mengkhususkan kajian berkenaan dengan fungsi dan fungsi, berbeda dengan kalkulus biasa yang berhubungan dengan fungsi dan bilangan. Fungsional dalam kalkulus variasi dapat dibentuk sebagai integral yang melibatkan sebuah fungsi sembarang dan turunan-turunannya sebagai peubah-peubahnya. Persamaan umumnya berupa,

$$I\{y(x)\} = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y')dx \tag{1.1}$$

dimana $y' = \dfrac{dy}{dx}$ (Chow, 2000: 347).

Pemecahan masalah kalkulus variasi tersebut dapat menggunakan metode Euler-Lagrange yang dinyatakan dalam persamaan Euler-Lagrange berbentuk:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) - \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \text{ untuk } x_1 \le x \le x_2 \tag{1.2}$$

(Chow, 2000: 349).

Persamaan Euler Lagrange merupakan substansi dalam kalkulus variasi yang juga menyangkut persoalan nilai stasioner, dengan memberikan syarat perlu bagi suatu fungsi bernilai stasioner:

$$\frac{dy}{dx} = 0 \tag{1.3}$$

Sering dalam penyelesaian masalah variasional, kita memaksimumkan atau meminimumkan fungsi *I* pada Persamaan (1.1) terhadap kendala *(constraint)* yang merupakan kondisi integral lain,

$$J\{y(x)\} = \int_{x_1}^{x_2} g(x, y, y')dx \tag{1.4}$$

yang mempunyai sebuah nilai konstan yang telah diketahui (Chow, 2000: 353).

Untuk kasus seperti inidigunakan metode Pengali Lagrange *(Lagrange multiplier)* untuk pemaksimuman atau peminimuman fungsi umum $f(x,y,z)$ terhadap kendala (atau persyaratan) berbentuk $g(x,y,z)=c_0$, c_0 adalah bilangan konstan). Pengali Lagrange λ oleh sebuah fungsi kendala disajikan oleh Persamaan:

$$\nabla f(x, y, z) = \lambda \nabla g(x, y, z) \tag{1.5}$$

(Stewart, 2003: 412).

Penelitian ini memfokuskan pada masalah variasional mengandung masalah pemograman non-linear yaitu masalah *Isoperimetrik.* Dimana masalah Isoperimetik ini merupakan bentuk khusus dari pemograman non-linear dalam kalkulus variasi.

Masalah Isoperimetrik ini memiliki fungsi tujuan (bentuk umumnya) yang non-linear dan fungsi kendala yang linear dan keduanya dinyatakan dalam bentuk integral.

$$I = \int_0^1 \left[1 + (y')^2\right]^{1/2} dx \qquad (1.6)$$

(Littman and Morgan, 2010: 504).

Integral ini bernilai ekstrim berlaku pada kondisi akhir:

$$y(0) = 0, \qquad (1.7)$$

$$y(1) = 1 \qquad (1.8)$$

(Littman and Morgan, 2010: 504).

dan integral kendala *(constraint)*, diberikan oleh:

$$J = \int_0^1 y dx = c_0 \qquad (1.9)$$

dimana c_0 adalah sebuah konstanta (Littman and Morgan, 2010: 504).

Berdasarkan uraian tersebut, muncul ketertarikan penulis untuk mengkaji masalah yang ada, yang dituangkan dalam judul **"Aplikasi Persamaan Euler-Lagrange dalam Kalkulus Variasi pada Masalah Isoperimetrik".**

1.2 Rumusan Masalah

Penelitian ini merupakan kajian pustaka tentang persamaan Euler-Lagrange dalam kalkulus variasi dan aplikasinya dalam isoperimetrik, maka rumusan permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menyelesaikan masalah variasional dengan menggunakan persamaan Euler-Lagrange ?.
2. Bagaimana menyelesaikan masalah variasional dengan fungsi kendala (konstrain) menggunakan persamaan Euler-Lagrange ?.
3. Bagaimana menyelesaikan masalah Isoperimetrik dengan menggunakan persamaan Euler-Lagrange ?.

1.3 Batasan Masalah

Penulis membatasi penelitian untuk hal-hal sebagai berikut:

1. Masalah variasional yang akan diselesaikan adalah menyangkut:
   a. Penentuan Jarak terpendek yang menghubungkan dua titik dalam bidang.
   b. Masalah isoperimetrik dan terapannya pada masalah mekanika fluida.
2. Kajian yang ada hanya untuk suatu fungsi dengan satu fungsi kendala (konstrain) saja.
3. Peneliti lebih meniti beratkan pada penyelesaian masalah variasional yang menghasilkan solusi optimasi, sementara pengkajian pada masalah fluida dibatasi pada mencari koefisien seret-kekosongan dengan solusi yang diperoleh sebelumnya dan menghubungkannya dengan asumsi-asumsi

berupa rumus-rumus yang telah diperoleh peneliti lain mengenai fluidisasi tersebut dan hanya akan membuktikan bahwa dengan data yang ada, syarat interval untuk suatu konstanta terpenuhi.

4. Khusus masalah mekanika fluida, peneliti menggunakan dua jenis partikel yaitu butiran gel dan padatan (konvensional) sebagai sampel yang diperoleh dari data-data yang telah ditemukan oleh peneliti lain.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menyelesaikan masalah variasional dengan menggunakan persamaan Euler-Lagrange.
2. Menyelesaikan masalah variasional dengan fungsi kendala (konstrain) menggunakan persamaan Euler-Lagrange.
3. Menyelesaikan masalah Isoperimetrik dengan menggunakan persamaan Euler-Lagrange.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah:

1. Bagi bidang pendidikan

   Menambah khasanah keilmuan dan sebagai alat bantu bagi dosen maupun mahasiswa yang sedang mempelajari turunan parsial dalam kalkulus serta dasar optimasi fungsional dengan persamaan Euler-Lagrange.

2. Bagi Peneliti lain

   Sebagai bahan referensi dalam pengembangan aplikasi optimasi fungsi dengan persamaan Euler-Lagrange pada terapan masalah Isoperimetrik lainnya dengan input dan batasan yang lebih kompleks atau luas.

3. Bagi Universitas Negeri Gorontalo

   Untuk menambah kepustakaan Perpustakaan Universitas Negeri Gorontalo dan kepustakaan Fakultas MIPA khususnya dalam bidang Kalkulus Variasi dengan persamaan Euler-Lagrange.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini secara ringkas dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Bab I PENDAHULUAN, pada bab pendahuluan diuraikan tentang latar belakang penulisan skripsi, rumusan masalah yang ada, batasan masalah, tujuan yang ingin dicapai, manfaat penelitian dan sistematika penulisan skripsi.
2. Bab II KAJIAN PUSTAKA, menguraikan secara ringkas tentang konsep-konsep dasar yang diperlukan untuk mengkaji bab-bab selanjutnya.
3. Bab III METODE PENELITIAN, pada bab ini diuraikan tentang rencana (waktu dan tempat) pelaksanaan penelitian, peralatan yang digunakan dalam penelitian, metode penelitian dan tahapan-tahapan penelitian yang dilakukan.
4. Bab IV ANALISA DAN PEMBAHASAN, pada bab ini diuraikan tentang Kajian aplikasi persamaan Euler-Lagrange dalam kalkulus variasi dan masalah Isoperimetrik.
5. Bab V KESIMPULAN DAN SARAN, pada bab ini menguraikan tentang kesimpulan yang dapat ditarik dari pembahasan pada bab-bab sebelumnya dan menyampaikan saran-saran demi kemajuan penelitian lebih lanjut.
6. LAMPIRAN