BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dari pembahasan sebelumnya, maka dapat diberikan kesimpulan sebagai berikut:

1. Kalkulus Variasi adalah cabang ilmu matematika yang berhubungan dengan langkah-langkah mencari fungsi optimal dimana nilai dari integral tertentu akan maksimum atau minimum.
2. Kunci dari Kalkulus Variasi adalah persamaan Euler-Lagrange, yang berhubungan dengan syarat stasioner sebuah fungsional; artinya bahwa sebuah fungsi memperoleh ekstrimnya jika turunannya bernilai nol.

   Secara formal, untuk sebuah fungsional $f(x, y(x), y'(x))$ dengan turunan parsial yang kontinu, fungsi $y(x)$ sembarang yang mengekstrimkan fungsional tersebut:

   $$I\{y(x)\} = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y')dx$$

   juga harus memenuhi persamaan diferensial biasa:

   $$\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) - \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \text{ untuk } x_1 \le x \le x_2$$

3. Untuk menyelesaikan masalah variasional dengan fungsi kendala dapat diselesaikan dengan metode Pengali Lagrange. Dimana dalam penyelesaian optimum, perubahan fungsi *f*, berbanding lurus dengan perubahan kendala *g* dengan faktor sebesar Pengali Lagrange λ.

Secara matematis ditulis,

$$N = f + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i g_i$$

4. Salah satu contoh standar penyelesaian masalah variasional dengan mencari jarak terpendek yang menghubungkan dua titik dalam bidang datar.

   Formulasi untuk kasus ini didapat:

$$I = \int \sqrt{1 + y'^2}\, dx \ ; \ y' = \frac{dy}{dx}$$

   dan diminimalkan oleh *y* yang memenuhi persamaan diferensial:

$$\frac{d}{dx} \frac{\partial \sqrt{1 + y'^2}}{\partial y'} - \frac{\partial \sqrt{1 + y'^2}}{\partial y} = 0$$

   dan diperoleh,

$$y'^2 = \frac{c^2}{\left(1 - c^2\right)}$$

   Karenanya, *y = y(x)* adalah persamaan garis lurus linear.

5. Masalah Isoperimetrik merupakan masalah variasional dimana untuk fungsi tujuan dan fungsi kendalanya dinyatakan dalam bentuk integral, yakni untuk suatu fungsional, *I*:

$$I = \int_0^1 \left(\sqrt{1 + (y')^2} \right) dx$$

   Berlaku untuk kondisi akhir:$y(0) = 0$ dan $y(1) = 1$ dan integral kendala:

$$J = \int_0^1 y dx = c_0$$

6 Solusi persamaan Euler-Lagrange untuk masalah Isoperimetrik adalah:

$$y = c_2 - \frac{1}{\lambda}\sqrt{1-(\lambda x + c_1)^2}$$

dengan,

$$\lambda = (1-c_1{}^2)^{\frac{1}{2}} - c_1$$

$$c_2 = \frac{(1-c_1{}^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-c_1{}^2)^{\frac{1}{2}} - c_1}$$

dan memberikan,

$$c_0 = c_2 - \frac{\left[(1-c_1{}^2)^{\frac{1}{2}}\{|c_1| - c_1\}\right] + \sin^{-1}\sqrt{(1-c_1{}^2)} - \sin^{-1} c_1}{2\lambda^2}$$

dimana $0 \le c_1 \le 1$.

7 Masalah Isoperimetrik dapat diterapkan pada berbagai bidang seperti dalam penentuan koefisien seret- kekosongan dalam mekanika fluida.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian berupa kesimpulan penelitian, maka peneliti menngemukakan saran sebagai berikut:

1. Penelitian dilakukan hanya sebatas masalah variasional dengan satu fungsi kendala, akan lebih baik apabila juga dibahas mengenai beberapa fungsi kendala.
2. Persamaan Euler-Lagrange hanya diaplikasikan pada masalah Isoperimetrik dalam mekanika fluida, jauh lebih baik apabila peneliti lain bisa melanjutkan dengan mengkaji pengaplikasian pada bidang lain.