

# **BAB I PENDAHULUAN**

## **1.1. Latar Belakang**

Dalam matematika universitas lebih banyak yang ditekankan pada pembentukan pola pikir matematika yang logis, kritis dan bukan hanya untuk mengembangkan kemampuan berhitung, selain itu untuk mengembangkan kemampuan mahasiswa agar dapat menerapkan suatu konsep matematika dalam menyelesaikan masalah-masalah. Kajian lebih mendalam untuk menemukan sesuatu yang baru guna mengembangkan objek matematika yang telah di pelajari, sehingga ilmu selalu dikembangkan. Dalam matematika, kemampuan mahasiswa untuk menganalisis dibutuhkan, dimana seorang mahasiswa mampu menguraikan suatu konsep atau prinsip dalam bagian-bagian atau komponen- komponen dalam objek matematika.

Salah satu konsep matematika yang membutuhkan analisis adalah konsep barisan. Di dalam barisan terdapat sifat- sifat dasar. Barisan bilangan real adalah fungsi ( $f$ ) pada himpunan bilangan asli ( $\mathbb{N}$ ) dengan daerah range termuat di dalam himpunan bilangan real ( $\mathbb{R}$ ).

Pada barisan bilangan real ada yang disebut barisan konvergen, barisan divergen, dan barisan terbatas. Hampir keseluruhan topik yang pelajari tidak terlepas dari gagasan barisan bilangan real dan nilai mutlak. Konsep nilai mutlak memegang peranan penting dalam merumuskan konsep-konsep lainnya seperti limit dan kekontinuan. Dengan cara serupa kita pun akan menggunakan

Ruang metrik (*Metric Spaces*) untuk merumuskan konsep-konsep lain sebagaimana di dalam sistem bilangan real. Dalam mengkonstruksi suatu barisan konvergen dan barisan terbatas dapat dilakukan dengan aplikasi teorema Bolzano - Weierstrass di ruang metrik. Ruang metrik adalah pasangan  $(X, d)$ , dimana  $X$  adalah himpunan dan  $d$  adalah metrik pada  $X$  atau fungsi Jarak sebagai fungsi yang bernilai real  $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ .

Dalam  $\mathbb{R}$ , Suatu barisan dikatakan konvergen jika nilai limitnya tunggal, salah satu Teorema limit barisan yaitu “barisan bilangan real yang konvergen adalah terbatas” sehingga teorema ini berhubungan dengan teorema Bolzano – Weierstrass dalam hal ini “ barisan bilangan real yang terbatas mempunyai barisan bagian yang konvergen”. Berdasarkan uraian di atas dilakukan kajian lebih lanjut melalui penelitian dengan judul “ Kajian Teorema Bolzano- Weierstrass Di Ruang Metrik (Metric Spaces) ”.

## **1.2. Identifikasi Masalah**

Berdasarkan uraian latar belakang sebelumnya teridentifikasi bahwa barisan bilangan Real itu dikatakan konvergen jika memiliki nilai limitnya tunggal dan salah satu teorema mengatakan bahwa barisan bilangan real yang konvergen adalah terbatas, sehingga kita dapat mengetahui kejelasan hubungan antara barisan konvergen dan barisan terbatas. Terkait dengan hubungan barisan konvergen dan terbatas kita juga dapat menggunakan teorema Bolzano – weierstrass, dimana suatu barisan bilangan real yang terbatas mempunyai barisan bagian yang konvergen sehingga kita dapat menentukan eksistensi

suatu barisan bilangan real dengan teorema Bolzano- weierstrass di ruang metrik.

### **1.3. Rumusan masalah**

Berdasarkan identifikasi masalah, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana suatu barisan konvergen dan terbatas di ruang metrik?
2. Bagaimana eksistensi Teorema Bolzano-Weierstrass di ruang metrik?

### **1.4. Tujuan Penelitian**

1. Untuk mengetahui hubungan antara barisan konvergen dan barisan terbatas di ruang metrik.
2. Untuk mengetahui eksistensi teorema Bolzano – weierstrass di ruang metrik.

### **1.5. Manfaat Penelitian**

1. Meningkatkan kuantitas dan kualitas kajian aksiomatik di dalam analisis real yang dapat digunakan dalam perkuliahan.
2. Memberikan hasil untuk pembelajaran analisis real yang berbasis research.
3. Menambah dan mengembangkan kajian keterkaitan antara barisan konvergen dan barisan terbatas.

