

BAB I

PENUTUP

1.1 Kesimpulan

Bentuk normal dari sistem Tuwankotta yang tak terperturbasi, dengan sistem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \Omega y - \delta(R^2 - (x^2 + y^2)) \\ \dot{y} &= -\Omega x\end{aligned}\tag{1.1}$$

Berdasarkan uraian pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa:

1. Dengan simulasi matcont, untuk $\alpha < 0, \delta < 0, \beta < 0, \omega > 0$, secara numerik pada saat $\alpha = -3, \delta = -1, \beta = -4, \omega = 3$ dan nilai awal $x = 0.368, y = 0.474$ serta $R = 0.60008333$, maka dapat diidentifikasi adanya bifurkasi *Saddle-Node*, yang ditandai dengan simbol "LP" atau *Limit Point*
2. Dengan simulasi Maple 16, saat $\alpha = -3, \delta = -1, \beta = -4, \omega = 3$, Dapat ditunjukkan bahwa, perilaku sistem untuk nilai parameter $R = 5$ dan $R_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$ dimana $R > R_0$ (lihat Gambar (??)) menunjukkan dua buah solusi periodik yang memiliki kestabilan yang berbeda. Titik sebelah kirinya stabil dan sebelah kanannya tidak stabil. Namun Ketika R melewati nilai bifurkasi $R_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$ dimana $R = R_0$ atau pada saat nilai $R = \frac{3}{5}$, kedua titik tetap dari solusi periodik tersebut menyatu (lihat Gambar (??)) yang menunjukkan terdapat satu titik equilibrium ketika *Manifold Invariant* (permukaan bola) bersinggungan dengan garis *Manifold Equilibrium*. Dan kemudian lenyap atau tidak terdapat titik equilibrium ketika nilai $R = \frac{1}{5}$ atau $R < R_0$ (lihat(??)). Inilah yang

merupakan fenomena bifurkasi *fold* atau *Saddle-Node*.

3. Selain simulasi Matcont dan Maple, adanya bifurkasi *Saddle-Node* dapat ditunjukkan dengan *Bentuk Normal* Bifurkasi *Saddle-Node* yaitu $\dot{\tilde{x}} = \mu + \tilde{x}^2$ yang di simplifikasi dari sistem awal (1.1).

1.2 saran

Untuk peneliti lain yang ingin melakukan penelitian lanjutan dengan penelitian ini dapat dilakukan penelitian kembali sistem awal untuk menganalisa terjadinya bifurkasi lain atau bifurkasi yang terjadi secara simultan dengan bifurkasi *Saddle-Node*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Kusumo, Fajar Adi. (2008). *Analisis Sistem Konservatif Yang Terperturbasi Secara Singular*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.
- [2] Kuznetsov, Y.A. (1998), *Elements of applied bifurcation theory*, Springer-Verlag, New York.
- [3] Panigoro, Hasan S. (2011). *Barisan Hingga Bifurkasi Period-Doubling Pada Interaksi Nonlinear Sepasang Osilator*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.
- [4] Panigoro, Hasan S. (2012). *Simplifikasi Sistem Interaksi Nonlinear Sepasang Osilator dengan Menggunakan Metode Perataan*. Jurnal Euler, ISSN: 2087-9393.
- [5] Setiawan, Rubono. (2011). *Center Manifold Dari Sistem Persamaan Differensial Biasa Nonlinear Yang Titik Ekuilibriumnya Mengalami Bifurkasi Contoh Kasus Untuk Bifurkasi Hopf*. Surakarta: Universitas Sebelas Maret.
- [6] Tuwankotta, J.M. (2004). *Chaos In A Coupled Oscillators System With Widely Spaced Frequencies and Energy-Preserving Non-linearity*. International Journal of Non-Linear Mechanics 41 (2006) 180191.