

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Salah satu cabang dari ilmu matematika adalah aljabar linear yang di dalamnya membahas tentang matriks. Matriks merupakan salah satu materi dasar untuk mempelajari ilmu matematika khususnya tentang aljabar. Matriks adalah sekumpulan bilangan yang disusun secara baris dan kolom dan ditempatkan pada kurung biasa atau kurung siku.

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, misalnya pada aplikasi perbankan yang selalu berhubungan dengan angka-angka, dalam dunia olahraga yaitu penentuan klasemen suatu pertandingan, dan dalam bidang ekonomi biasa digunakan untuk menganalisa input dan output seluruh sektor ekonomi. Sedangkan dalam matematika, matriks dapat digunakan untuk mencari penyelesaian sistem linear.

Dalam teori matriks terdapat berbagai jenis matriks, salah satunya matriks toeplitz. Pada dasarnya matriks toeplitz mempunyai operasi yang sama dengan matriks biasa hanya saja pada matriks toeplitz mempunyai struktur dan sifat yang khusus. Matriks toeplitz adalah matriks simetris pada persamaan (1.1) di mana setiap unsur pada diagonal utamanya sama dan setiap unsur pada subdiagonal yang bersesuaian dengan diagonal utama juga sama

$$T_n = \begin{bmatrix} t_0 & t_{-1} & t_{-2} & \dots & t_{-(n-1)} \\ t_1 & t_0 & t_{-1} & \dots & t_{-(n-2)} \\ t_2 & t_1 & t_0 & \dots & t_{-(n-3)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n-1} & t_{n-2} & \dots & t_1 & t_0 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

(Bentuk umum matriks toeplitz)

(Robert, 2005)

Salah satu pembahasan dalam teori matriks yaitu menentukan determinan dari suatu matriks. Determinan mempunyai peranan penting dalam menyelesaikan beberapa persoalan dalam matriks dan banyak dipergunakan dalam ilmu matematika maupun ilmu terapannya.

Menghitung nilai determinan suatu matriks terdapat beberapa metode yang dapat digunakan, diantara metode tersebut adalah metode reduksi baris, metode ekspansi kofaktor, serta metode corner. Menentukan nilai determinan matriks dengan ukuran yang kecil, tidaklah begitu sulit. Namun jika matriksnya berukuran besar, penentuan determinannya menjadi rumit. Sehingga diperlukan formula yang tepat untuk memudahkan penentuan determinan matriks.

Salah satu jenis dari matriks toeplitz yaitu matriks toeplitz tridiagonal. Menurut Salkuyeh, suatu matriks toeplitz tridiagonal berorde  $n$  adalah suatu matriks yang berbentuk :

$$A = a_{ij} \begin{bmatrix} b & a & 0 & \cdots & 0 \\ c & b & a & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & c & b & a \\ 0 & \cdots & 0 & c & b \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

(matriks toeplitz tridiagonal)

Pada tahun 2014 Bakti Siregar dkk telah melakukan penelitian mengenai matriks toeplitz dengan hasil penelitian untuk determinan matriks toeplitz yang memiliki bentuk khusus seperti berikut ini:

$$T_n = \begin{bmatrix} 0 & x & \cdots & x \\ x & 0 & \cdots & x \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x & x & \cdots & 0 \end{bmatrix} \forall x \in R \quad (1.3)$$

memiliki determinan

$$|T_n| = (-1)^n (n-1)x^n$$

Hal ini menunjukkan bahwa ada rumus khusus untuk menentukan determinan dari matriks toeplitz. Perhitungan determinan tidak perlu lagi melalui serangkaian proses yang panjang dan rumit, namun cukup dengan mensubstitusi entri-entri atau ukuran matriks yang akan dicari determinannya.

Selanjutnya di tahun 2015 Jolanta Borowska bersama Lena Lacinska juga telah melakukan penelitian mengenai hubungan nilai eigen matriks toeplitz 2-tridiagonal dengan matriks toeplitz tridiagonal. Berdasarkan beberapa penelitian sebelumnya,

penulis tertarik untuk membuat formulasi khusus/bentuk umum untuk menentukan determinan matriks toeplitz k-tridiagonal menggunakan metode reduksi baris dan ekspansi kofaktor.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan di atas, maka dapat dirumuskan suatu masalah yaitu bagaimana bentuk umum dari determinan suatu matriks toeplitz k-tridiagonal menggunakan metode reduksi baris dan ekspansi kofaktor?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Dengan adanya permasalahan yang muncul maka tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan bentuk umum determinan dari suatu matriks toeplitz k-tridiagonal.

## **1.4 Manfaat Penelitian**

### **1.4.1 Manfaat Teoritis atau Keilmuan**

Untuk pengembangan ilmu pengetahuan, terutama di bidang matematika dan dapat digunakan sebagai bahan acuan untuk penelitian selanjutnya.

### **1.4.2 Manfaat Praktis**

Adapun manfaat praktis dari penelitian ini yaitu dapat mempermudah dalam mencari nilai determinan dari suatu matriks toeplitz k-tridiagonal.