

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Tahun 1736, timbul masalah tentang tujuh buah jembatan yang menghubungkan daratan-daratan yang dipisahkan oleh sungai Pregal di kota Königsberg yang harus dilalui tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat semula. Masalah ini dipecahkan oleh Leonhard Euler dengan memodelkannya ke dalam graf. Titik (*vertex*) menyatakan daratan yang dihubungkan oleh jembatan-jembatan, sisi (*edge*) menyatakan jembatan, dan setiap titik diberi label huruf misalnya A, B, C , dan D . Masalah ini menjadi dasar terciptanya bidang ilmu teori graf (Munir, 2010).

Teori graf merupakan cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang sifat-sifat graf. Graf merupakan kumpulan titik-titik yang tidak terhubung atau juga dapat berupa kumpulan titik-titik dan sisi-sisi yang menghubungkan titik-titik tersebut. Suatu sisi dapat menghubungkan titik dengan titik yang sama yang disebut gelang (*loop*) dan dua titik yang dihubungkan dengan dua sisi yang berbeda disebut rangkap.

Dalam pengembangan teori graf, terdapat beberapa bidang-bidang ilmu yang menjadi topik penelitian seperti konektivitas, pelabelan graf, penjadohan dan faktorisasi. Pelabelan graf yang merupakan salah satu bidang penelitian teori Graf memiliki kasus khusus yaitu pewarnaan graf.

Masalah pewarnaan graf menjadi salah satu masalah yang mendukung perkembangan teori graf. Sebagian besar penelitian dalam teori graf yang ada di abad ke-20 berawal dari masalah empat warna. Salah satu kasus empat warna yaitu pewarnaan wilayah pada peta di negara bagian Amerika Serikat (Balakrishna dan

Ranganathan, 2012).

Seperti yang disebutkan Coxeter (1971) dalam artikel “*The mathematics of map coloring*,” bahwa peta Amerika Serikat akan diwarnai untuk membedakan negara-negara yang bertetangga dengan paling banyak lima atau enam warna yang akan digunakan. Untuk mewarnai negara bagian di Amerika Serikat berapakah jumlah minimum warna yang digunakan jika setiap dua negara bagian yang berbagi perbatasan diharuskan diwarnai berbeda. Setelah dilakukan penelitian terhadap masalah ini, ditemukan bahwa memang dibutuhkan empat warna untuk mewarnai semua negara bagian di Amerika Serikat (Chartrand dan Zhang, 2012).

Pewarnaan graf yang merupakan salah satu subyek bahasan didalam teori graf menjadi topik yang menarik untuk para peneliti. Banyaknya peneliti yang meneliti topik pewarnaan graf ini membuat cabang ilmu graf semakin berkembang dan menemukan topik baru yaitu Bilangan Terhubung Pelangi.

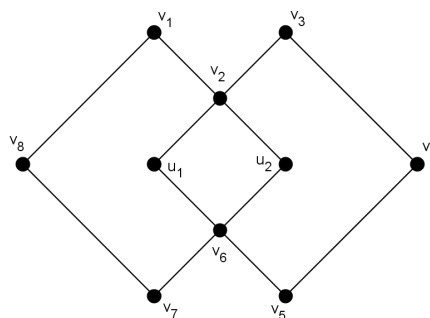
Bilangan terhubung pelangi pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand dkk (2008). Bilangan terhubung pelangi dapat diaplikasikan dalam banyak hal. Salah satunya bilangan terhubung pelangi ini dapat digunakan dalam mengamankan sistem pengiriman informasi dari satu pihak ke pihak lainnya. Selain itu, bilangan terhubung pelangi dapat diaplikasikan di jaringan komunikasi.

Misalkan G graf terhubung tak-trivial. Lintasan $u - v$ dikatakan lintasan pelangi jika tidak terdapat dua sisi yang berwarna sama. Dikatakan k -pewarnaan pelangi jika setiap pasang u dan v di G terdapat lintasan pelangi dengan u dan v sebagai titik ujungnya (Chartrand dkk, 2008).

Bilangan terhubung pelangi memiliki beberapa jenis, salah satunya yaitu bilangan terhubung titik pelangi. Bilangan terhubung titik pelangi diperkenalkan oleh Krivelevich dan Yuster. Misalkan G graf terhubung tak-trivial. Lintasan P dengan k -pewarnaan titik disebut lintasan titik pelangi (Krivelevich dan Yuster, 2009).

Banyak peneliti yang mengembangkan bilangan terhubung titik pelangi pada berbagai jenis graf. Diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Simamora dan Salman (2015) yang membahas tentang bilangan terhubung (titik) pada graf pensil, berupa jurnal internasional yang diterbitkan dengan judul *The Rainbow (Vertex) Connection Number of Pencil Graphs*. Kemudian, Bustan (2016) yang meneliti bilangan terhubung titik pelangi pada graf lingkaran bintang ($S_m C_n$). Selanjutnya, Gembong dkk (2017) yang meneliti terhubung titik pelangi (kuat) pada graf hasil *edge-comb*, berupa jurnal internasional yang berjudul *on the (strong) rainbow vertex connetion of graphs resulting from edge comb product*.

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai graf slinky yang merupakan penggabungan beberapa graf *cycle* dengan $n = 4$ (C_4). Graf slinky $Sl_2 C_4$ yang merupakan penggabungan 2 graf *cycle* C_4 ditampilkan pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1: Graf Slinky $Sl_2 C_4$

Sehingga berdasarkan uraian tersebut rumusan judul pada penelitian ini adalah bilangan terhubung titik pelangi pada graf slinky ($Sl_n C_4$).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka diperoleh rumusan masalah penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana definisi graf slinky ($Sl_n C_4$)?
2. Bagaimana menentukan bilangan terhubung titik pelangi pada graf slinky ($Sl_n C_4$)?

3. Bagaimana menentukan bilangan terhubung titik pelangi kuat pada graf slinky ($Sl_n C_4$)?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan penelitian ini adalah, untuk:

1. Mengetahui definisi graf slinky ($Sl_n C_4$).
2. Menentukan bilangan terhubung titik pelangi pada graf slinky ($Sl_n C_4$).
3. Menentukan bilangan terhubung titik pelangi kuat pada graf slinky ($Sl_n C_4$).

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian yang diajukan pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Manfaat teoritis

Memberikan kontribusi dalam perkembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang teori graf yang terkait dengan bidang pewarnaan graf terutama bilangan terhubung titik pelangi.

2. Manfaat praktis

Dapat digunakan untuk menentukan penataan kota, penentuan rute, dan sistem keamanan informasi.