

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori Graf merupakan sebuah topik bahasan yang telah banyak dikembangkan sehingga banyak memiliki penerapan bagi masyarakat. Teori ini muncul pertama kali pada tahun 1736, yakni ketika Euler mencoba untuk mencari solusi dari permasalahan yang sangat terkenal yaitu tujuh buah jembatan di Konisberg(sekarang bernama Kota Kaliningrad) yang ditulis dalam artikelnya dengan judul “*Seven Bridges of Konisberg*” mengenai penyelesaian masalah tersebut dengan pembuktian yang sederhana. Dimana daratan dibuat sebagai titik dan jembatan sebagai sisi (Saondi, 2003).

Salah satu bahasan teori graf yaitu tentang pelabelan graf. Pelabelan graf adalah suatu pemetaan satu-satu yang memetakan himpunan dari elemen-elemen graf ke himpunan bilangan bulat positif atau sebarang pemetaan atau fungsi yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan (biasanya bilangan bulat positif).Berdasarkan elemen elemen yang dilabeli, maka pelabelan dibagi atas tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi dan pelabelan total. Pelabelan terus mengalami perkembangan, salah satunya tentang pewarnaan graf(Ummah, 2013).

Menurut Kubale (2004) pewarnaan graf adalah pemberian warna, yang biasanya direpresentasikan langsung dengan menggunakan warna merah,biru,hijau dan lainnya atau dapat juga direpresentasikan sebagai bilangan terurut mulai dari 1 pada titik yang disebut *vertex coloring*, sisi yang disebut *edge coloring*, dan wilayah yang disebut dengan *region coloring*.Pewarnaan graf membuat cabang ilmu teori graf semakin berkembang dan menemukan topik baru tentang teori graf yaitu pewarnaan pelangi.

Misalkan graf G adalah graf terhubung tak trivial dan k adalah sebuah bilangan bulat positif, didefinisikan pewarnaan sisi $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$, pada graf tersebut terdapat lintasan. Lintasan adalah jalan dari dua titik di G tidak terjadi pengulangan titik maupun sisi. Suatu lintasan di katakan lintasan pelangi jika tidak ada dua sisi yang memiliki warna yang sama. Jika setiap dua titik yang berbeda di G dihubungkan oleh lintasan pelangi maka graf G dikatakan terhubung pelangi sehingga pewarnaan tersebut disebut pewarnaan pelangi. Jika warna yang digunakan sebanyak k warna, maka pewarnaannya disebut pewarnaan- k pelangi. Bilangan k disebut bilangan terhubung pelangi graf G , dinotasikan $rc(G)$ yang didefinisikan sebagai banyaknya warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai sisi graf G sehingga graf tersebut terhubung pelangi.

Masalah yang banyak dikaji terkait pewarnaan pelangi adalah menentukan bilangan terhubung pelangi pada graf seperti yang dilakukan oleh Li dan Liu (2011) yang meneliti tentang bilangan terhubung pelangi pada graf lingkaran (C_n) dan Li dan Sun (2012) yang meneliti tentang bilangan terhubung pelangi pada graf roda (W_n) serta Kumala dan Salman (2015), yang meneliti tentang bilangan terhubung pelangi ($rc(G)$) untuk graf bunga (C_m, K_n dan C_3, F_n) yang merupakan penggabungan antara dua graf. Maka dari itu, peneliti tertarik untuk meneliti penggabungan antara graf lingkaran dan roda karena belum ada penelitian tentang gabungan antara dua graf tersebut.

Penggabungan antara graf roda dan graf lingkaran dibentuk dengan penambahan sisi sebanyak $2n$ sehingga terbentuk satu graf. Sisi-sisi yang ditambahkan tersebut menghubungkan antara titik w_i pada graf lingkaran ke titik v_i dan v_{i-1} pada graf roda dengan $i = 1, 2, \dots, n$. Penggabungan antara dua graf tersebut menyerupai kerangka *ferris wheel* yakni bagian dalam berbentuk seperti graf roda dan bagian luar berbentuk seperti graf lingkaran serta terdapat sisi-sisi yang menghubungkan antara keduanya, sehingga graf ini dinamakan dengan graf *ferris wheel*. Terkait hal tersebut, penulis

akan membahas tentang menentukan bilangan terhubung pelangi pada graf *ferris wheel* yang dinotasikan dengan Fw_n dengan bilangan bulat positif $n \geq 3$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka diperoleh rumusan masalah penelitian ini yaitu bagaimana bilangan terhubung pelangi pada graf *ferris wheel* (Fw_n) dengan bilangan bulat positif $n \geq 3$?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui banyaknya bilangan terhubung pelangi pada graf *ferris wheel* (Fw_n) dengan bilangan bulat positif $n \geq 3$.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian yang diajukan pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Memberikan kontribusi dalam perkembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang teori graf yang terkait dengan bidang pewarnaan graf terutama bilangan terhubung pelangi.
2. Diharapkan dapat memberikan informasi mengenai bilangan terhubung pelangi pada graf *ferris wheel*.
3. Dapat digunakan sebagai acuan untuk penelitian selanjutnya.