

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Berikut diberikan kesimpulan yang diperoleh berdasarkan hasil dan pembahasan sebelumnya yang mendapatkan bentuk umum dari perpangkatan matriks dan trace matriks Toeplitz 2-Tridiagonal  $3 \times 3$  berpangkat bilangan bulat positif, yaitu sebagai berikut.

Bentuk umum Matriks Toeplitz 2-Tridiagonal berukuran  $3 \times 3$  berpangkat bilangan bulat positif, yaitu:

$$A^n = \begin{cases} \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{2i} a^{n-2i} (bc)^i & 0 & \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{2i+1} a^{n-2i-1} b^i c^{i+1} \\ 0 & a^n & 0 \\ \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{2i+1} a^{n-2i-1} b^{i+1} c^i & 0 & \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{2i} a^{n-2i} (bc)^i \end{bmatrix} & ; \text{ untuk } n \text{ ganjil,} \\ \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{2i} a^{n-2i} (bc)^i & 0 & \sum_{i=0}^{\frac{n-2}{2}} \binom{n}{2i+1} a^{n-2i-1} b^i c^{i+1} \\ 0 & a^n & 0 \\ \sum_{i=0}^{\frac{n-2}{2}} \binom{n}{2i+1} a^{n-2i-1} b^{i+1} c^i & 0 & \sum_{i=0}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{2i} a^{n-2i} (bc)^i \end{bmatrix} & ; \text{ untuk } n \text{ genap.} \end{cases}$$

Bentuk umum Trace Matriks Toeplitz 2-Tridiagonal berukuran  $3 \times 3$  berpangkat bilangan bulat positif, yaitu:

$$tr(A^n) = \begin{cases} a^n + 2 \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{2i} a^{n-2i} (bc)^i & ; \text{ untuk } n \text{ ganjil,} \\ a^n + 2 \sum_{i=0}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{2i} a^{n-2i} (bc)^i & ; \text{ untuk } n \text{ genap.} \end{cases}$$

## 5.2 Saran

Penelitian ini mendapatkan bentuk umum matriks Toeplitz 2-Tridiagonal berukuran  $3 \times 3$  berpangkat bilangan bulat positif beserta nilai tracenya. Disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat mencari bentuk umum trace matriks  $3 \times 3$  untuk matriks yang lebih umum lagi atau mencari bentuk umum trace matriks berpangkat bilangan bulat negatif. Penelitian selanjutnya juga dapat dicari bentuk umum trace berpangkat bilangan bulat untuk matriks yang lebih besar dari matriks  $3 \times 3$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. (1987). *Aljabar Linear Elementer (Edisi Kelima)*. Jakarta: Erlangga.
- Andesta, R. (2018). 'Trace Matriks Berbentuk Khusus 3x3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif', *Skripsi*, Program Sarjana Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Riau. Pekanbaru
- Aryani, F. and Solihin, M. (2017). 'Trace Matriks Real Berpangkat Bilangan Bulat Negatif', *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 3(2), pp. 16–23.
- Borowska, J. and Łacińska, L. (2015). 'Eigenvalues of 2-tridiagonal Toeplitz matrix', *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*, 14(4), pp. 11–17.
- Gentel, J. E. (2007). *Matrix Algebra*, New York: Springer.
- Gray, R. M. (2006). 'Toeplitz and Circulan Matrices', *Foundations and Trends in Communications and Information Theory*, 2(3), pp. 155–239.
- Husna, N. (2018). 'Trace Matriks Toeplitz Tridiagonal 3x3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif', *Skripsi*, Program Sarjana Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Riau. Pekanbaru.
- Larson, R. (2013). *Elementary Linear Algebra (seventh edition)*, Boston: Brooks/Cole.
- Leithold, L. (1991). *Kalkulus dan Ilmu Analitik*, Jakarta: Erlangga.
- Nengsih, F. (2017). 'Trace dari Matriks Kompleks Orde 2 Berpangkat Bilangan Bulat', *Skripsi*, Program Sarjana Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Riau. Pekanbaru.
- Pahade, J. and Jha, M. (2015). 'Trace of Positive Integer Power of Real 2 x 2 Matrices', *Advances in Linear Algebra and Matrix Theory*, 05(04), pp. 150–155.

Rosen, K. H. (2007). *Discrete Mathematics and Its Application (seventh edition)*, Singapore: McGraw-Hill.

Salkuyeh, D. K. (2006). 'Positive Integer Powers of the Tridiagonal Toeplitz Matrices', *International Mathematical Forum*, (22), pp. 1061–1065.

Sukirman (2006). *Pengantar Teori Bilangan*, Yogyakarta: Hanggar Kreator.