

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan dalam penelitian ini, diperoleh beberapa kesimpulan antara lain:

1. Model *predator-prey* Rosenzweig-MacArthur dengan perilaku *anti-predator* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{(a-b)xy}{y+h(a-b)x} \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{c(a-b)xy}{y+h(a-b)x} - my - \eta xy\end{aligned}$$

2. Titik kesetimbangan dari model *predator-prey* Rosenzweig-MacArthur dengan perilaku *anti-predator* sebagai berikut:
 - a. Titik kepunahan semua populasi $E_0 = (0, 0)$.
 - b. Titik kepunahan populasi *predator* $E_1 = (1, 0)$.
 - c. Titik eksistensi semua populasi $E_2 = (x^*, y^*)$. Dimana

$$x^* = \frac{\beta - \alpha\beta + \alpha\gamma}{\beta - \alpha\delta}, \quad y^* = \frac{(\beta - \alpha\beta + \alpha\gamma)(\beta - \gamma - \delta)}{(\beta - \alpha\delta)(\gamma + \delta - \alpha\delta)}$$

Eksistensi dari masing-masing titik kesetimbangan dijelaskan dalam **Lemma 4.1** dan **Teorema 4.2**.

3. Kestabilan dari masing-masing titik kesetimbangan sebagai berikut:
 - a. Kestabilan Lokal
 - i. Titik kesetimbangan E_0 selalu bersifat tidak stabil *saddle*.
 - ii. Titik kesetimbangan E_1 bersifat stabil jika memenuhi syarat $\delta > \beta - \gamma$ dan bersifat tidak stabil *saddle* jika memenuhi syarat $\delta < \beta - \gamma$.
 - iii. Titik kesetimbangan E_2 bersifat stabil jika memenuhi syarat sebagai

berikut:

$$\delta^2 < \frac{\Lambda - \Upsilon}{\Phi}$$

Dan bersifat tidak stabil jika memenuhi syarat sebagai berikut:

$$\delta^2 > \frac{\Lambda - \Upsilon}{\Phi}$$

b. Kestabilan Global

Dengan menggunakan fungsi Lyapunov, maka titik kesetimbangan E_1 dan E_2 stabil asimtotik global.

4. Dengan menggunakan metode kriteria divergensi, terjadi bifurkasi Hopf supercritical pada titik kesetimbangan E_2 dari model *predator-prey* Rosenzweig-MacArthur dengan perilaku *anti-pemangsa*.
5. Berdasarkan hasil simulasi numerik, terdapat 5 kasus dimana untuk kasus 1 dan kasus 2 dijelaskan bahwa kondisi dari kedua populasi tidak stabil. Untuk kasus 3 dijelaskan bahwa kondisi dari kedua populasi akan mengalami perubahan kestabilan dari tidak stabil menjadi stabil. Dan untuk kasus 4 dan kasus 5 dijelaskan bahwa kondisi dari kedua populasi stabil. Dari hasil simulasi tersebut, tidak ada satupun populasi yang mengalami kepunahan.

5.2 Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan dengan mengubah model menjadi model diskrit serta mempertimbangkan faktor-faktor lain yang mempengaruhi kedua populasi. Kemudian juga disarankan untuk analisis bifurkasi Hopf menggunakan metode bentuk normal.

DAFTAR PUSTAKA

- Alamanza-Vasquez, E. Ortiz-Ortiz, R.D., and Marin-Ramirez, A.M. (2015). 'Bifurcations in The Dynamics of Rosenzweig-MacArthur Predator-Prey Model Considering Saturated Refuge For The Preys'. *Applied Mathematical Sciences*. 9, pp. 7475-7482.
- Anton, H., and Rorres, C. (2004). *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta(ID): Erlangga.
- Arsyad, S. H., Resmawan, R., dan Achmad, N. 2020. 'Analisis Model Predator-Prey Leslie-Gower dengan Pemberian Racun pada Predator'. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika*. 4(1):1-16.
- Bandyopadhyay, M., and Chattopadhyay, J. (2005). 'Ratio-Dependent Predator-Prey Model: Effect of Environmental Fluctuation and Stability'. *Nonlinearity*. 18(2), pp. 913-936.
- Beay, L.K, Suryanto, A., Darti, I., and Trisilowati, T. (2020). 'Hopf Bifurcation and Stability Analysis of The Rosenzweig-MacArthur Predator-Prey Model with Stage-Structure in Prey'. *Mathematical Biosciences and Engineering*. 17(4), pp. 4080-4097.
- Beay, L.K, and Saija, M. (2020). 'A Stage-Structure Rosenzweig-MacArthur Model with Effect of Prey Refuge'. *Jambura Journal of Biomathematics*. 1(1), pp. 1-7.
- Berec, L. (2010). 'Impacts of Foraging Facilitation Among Predators on Predator-Prey Dynamics'. *Bulletin of Mathematical Biology*. 72, pp. 94-121.
- Boyce, W.E., and DiPrima, R.C. (2001). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. New York(US): John Wiley and Sons.
- Cain, J.W., and Reynold, A.M. (2010). *Ordinary and Partial Differential Equation: An Introduction to Dynamical System*. Virginia(US): Center For Teaching Excellence.

- Choh, Y., Ignacio, M., Sabelis, M.W., and Janssen, A. (2012). 'Predator-Prey Role Reversals, Juvenile Experience and Adult Anti-Predator Behaviour'. *Scientific Reports*. 2, pp. 1-6.
- Fisher, S.D. (1990). *Complex Variables*. California(US): Wadsworth and Brooks
- Griva, I., Nash, S.G., and Sofer, A. (2009). *Linear and Nonlinear Optimization*. Philadelphia(US): Springer-Verlag.
- Hale, J.K., and Kocak, H. (1991). *Dynamic and Bifurcation*. New York(US): Springer-Verlag.
- Holling, C.S. (1959). 'Some Characteristics of Simple Types of Predation and Parasitism'. *The Canadian Entomologist*. 91(7), pp. 385-398.
- Hasan, N., Resmawan, R., dan Rahmi, E. 2020. 'Analisis Kestabilan Model Eko-Epidemiologi dengan Pemanenan Konstan pada Predator'. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*. 16(2):121-142.
- Janssen, A., Faraji, F., Van der Hammen, T., Magalhaes, S., and Sabelis, M.W. (2002). 'Interspecific Infanticide Deters Predators'. *Ecology Letters*. 5(4), pp. 490-494.
- Kartono, K. (2011). *Persamaan Diferensial Biasa: Model Matematika dan Fenomena Perubahan*. Edisi ke-1. Yogyakarta(ID): Graha Ilmu.
- Kot, M. (2001). *Elements of Mathematical Biology*. New York(US): cambridge University Press.
- Leon, S.J. (2001). *Aljabar Linear dan Aplikasinya*. Terjemahan. 5th Edition. Jakarta(ID): Erlangga.
- Leon C.V.D. (2011). 'On The Global Stability of SIR, SIS and SIRS Epidemic Models with Standard Incidence'. *Chaos, Solitons and Fractals*. 44, pp. 1106-1110.

- Logan, J.D. (2011). *First Course in Differential Equations (Second Edition)*. New York(US): Springer-Verlag.
- Luenberger, D.G., and Ye, Y. (2009). *Linear and Nonlinear Programming*. 3rd Edition. Stanford(US): Springer-Verlag.
- Maisaroh, S., Resmawan, R., dan Rahmi, E. 2020. 'Analisis Kestabilan Model Predator-Prey dengan Infeksi Penyakit pada Prey dan Pemanenan Proporsional pada Predator'. *Jambura J. Biomath.* 1(1):8-15.
- Mortoja, S.G., Panja, P., and Mondal, S.K. (2018). 'Dynamics of a Predator-Prey Model with Stage-Structure on Both Species and Anti-Predator Behavior'. *Informatics in Medicine Unlocked*. 10, pp. 50-57.
- Moustafa, M., Mohd, M.H., Ismail, A.I., and Abdullah, F.A. (2018). 'Dynamical Analysis of a Fractional-Order Rosenzweig-MacArthur Model Incorporating a Prey Refuge'. *Chaos, Solitons and Fractals*. 109, pp. 1-13.
- Moustafa, M., Mohd, M.H., Ismail, A.I., and Abdullah, F.A. (2019). 'Stage Structure and Refuge Effects in The Dynamical Analysis of a Fractional Order Rosenzweig-MacArthur Prey-Predator Model'. *Progress in Fractional Differentiation and Application*. 5(1), pp. 49-64.
- Murray, J.D. (2002). *Mathematical Biology: An Introduction*. 3rd Edition. New York(US): Springer-Verlaag.
- Ndam, J.N., and Kassem, T.G. (2009). 'A Mathematical Model for The Dynamics of Predator-Prey Interactions in A Three-Thropic Level Food Web'. *Continental J. Applied Sciences*. 4, pp. 32-43.
- Nocedal, J., and Wright, S.J. (2006). *Numerical Optimization*. 2nd Edition. New York(US): Springer-Verlag.
- Odum, E.P. (1993). *Dasar-Dasar Ekologi*. Yogyakarta(ID): Gadjah Mada University Press.

- Panigoro, H.S., Suryanto, A., Kusumawinahyu, W.M., and Darti, I. (2020). 'A Rosenzweig-MacArthur Model with Continuous Threshold Harvesting in Predator Involving Fractional Derivatives with Power Law and Mittag-Leffler Kernel'. *Axioms*. 9(122), pp. 1-23.
- Peressini, A.L., Sullivan, F.E., and Uhl, J.J. (1998). *The Mathematics of Nonlinear Programming*. New York(US): Springer-Verlag.
- Perko, L. (2001). *Differential Equations and Dynamical Systems*. 3rd Edition. New York(US): Springer-Verlag.
- Pilyugin, S.S., and Waltman, P. (2003). 'Divergence Criterion For Generic Planar System'. *SIAM J Appl. Math.* 64, pp. 81-93.
- Pribylova, L., and Peniaskova, A. (2017). 'Foraging Facilitation Among Predators and Its Impact on The Stability of Predator-Prey Dynamics'. *Ecological Complexity*. 29, pp. 30-39.
- Rao, S.S. (2009). *Engineering Optimization: Theory and Practise*. 4th Edition. New York(US): John Wiley and Sons.
- Rosenzweig, M.L., and MacArthur, R.H. (1963). 'Graphical Representation and Stability Conditions of Predator-Prey Interactions'. *The American Naturalist*. 895, pp. 209-223.
- Rosenzweig, M.L. (1971). 'Paradox of Enrichment: Destabilization of Exploitation Ecosystems in Ecological Time'. *Science*. 171, pp. 385-387.
- Savitri, D. (2005). 'Penentuan Bifurkasi Hopf Pada Predator Prey'. *Limits*. 2, pp. 103-115.
- Shinta, I.A. (2018). 'Analisis Kestabilan Model Mangsa-Pemangsa Rosenzweig-MacArthur Tanpa Fasilitas Perburuan Pemangsa'. *Skripsi*. Program Sarjana Institut Pertanian Bogor. Bogor(ID).

- Skalski, G.T., and Gilliam, J.F. (2001). 'Functional Responses with Predator Interference: Viable Alternatives to the Holling Type II Model'. *Ecology*. 82, pp. 3083-3092.
- Strogatz, S.H. (2015). *Nonlinear Dynamics and Chaos with Application to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*. Massachusetts(US): West-View Press.
- Sugiyarto, S. (2015). *Persamaan Diferensial*. Yogyakarta(ID): Binafsi Publisher.
- Sundari, R., and Apriliani, E. (2017). 'Konstruksi Fungsi Lyapunov untuk Menentukan Kestabilan'. *Jurnal Sains dan Seni ITS*. 6(1), pp. 28-32.
- Suryanto, A. (2017). *Metode Numerik untuk Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya dengan MATLAB*. Malang(ID): Universitas Negeri Malang.
- Suryanto, A., Darti, I., Panigoro, H.S., and Kilicman, A. (2019). 'A Fractional-Order Predator-Prey Model with Ratio-Dependent Functional Response and Linear Harvesting'. *Mathematics*. 7(11), pp. 1-13.
- Turchin, P.B. (2003). *Complex Population Dynamics: A Theoretical/Empirical Synthesis*. New Jersey(US): Princeton University Press.
- Varberg, D., Purcell, E.J., and Rigdon, S.E. (2007). *Kalkulus Jilid 2*. Edisi ke-9. Terjemahan. Jakarta(ID): Erlangga.