BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Setiap saat manusia mempunyai permasalahan yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari, dari berbagai masalah yang terjadi mereka mencari solusi terbaik untuk menyelesaikan semua permasalahannya. Secara tidak langsung, hal tersebut berakibat pada perkembangan ilmu pengetahuan yang semakin lama makin pesat. Maka dari itu ilmu matematika sangat berperan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan bisa diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari.

Salah satu cabang ilmu matematika yang secara khusus merupakan suatu kajian dalam matematika diskrit dan digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek adalah teori graf. Representasinya biasa dengan titik untuk menyatakan objek sedangkan hubungan antara objek-objeknya dinyatakan dengan sisi. Sebuah graf juga didefinisikan sebagai pasangan himpunan titik dan sisi. Seiring dengan perkembanganya ilmu, teori graf dapat diterapkan dalam berbagai bidang ilmu seperti fisika, biologi, kimia, arsitektur, transportasi, teknologi computer, ekonomi, sosial dan bidang lainnya. Sebelumnya, graf pertama kali digunakan untuk memecahkan masalah jembatan Konigsberg pada tahun 1736. Teori graf pun dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan beberapa persoalan, seperti *travelling salesperson problem, chinese postman problem, shorest path, electrical network problems, seating problem dan graph coloring dan berguna dalam penambangan data atau data mining* (Supiyandi, 2018).

Operasi graf merupakan metode yang digunakan untuk memperoleh sebuah graf baru yaitu dengan cara mengombinasikan antara dua graf. Ada beberapa bentuk operasi diantaranya joint, corona, comb, shackle dan amalgamasi. Pada operasi joint hanya menggabungkan dua graf yang berbeda, pada operasi comb dan korona dengan cara menempelkan antara titik v graf G_1 dan titik u graf G_2. Namun pada operasi corona ditambahkan beberapa sisi saat menempelkan kedua graf. Demikian juga pada operasi shackle, menempelkan titik dari graf G_1 sehingga menjadi beberapa graf yang saling melekat pada setiap titik. Sedangkan operasi amalgamasi adalah penggabungan satu titik dari masing-masing graf menjadi sebuah titik baru yang disebut dengan terminal. Notasi yang digunakan untuk menyatakan operasi amalgamasi adalah "*" (Ibad, 2016).

Salah satu teori yang dikembangkan dalam teori graf adalah bilangan terhubung pelangi (*rainbow connection number*). Chartrand et al (2008) Memperkenalkan tentang bilangan terhubung pelangi adalah pemberian warna pada sisi graf dengan syarat dua sisi yang bertetangga boleh diberi warna yang sama. Namun sisi yang masuk dalam lintasan pelangi tidak boleh ada dua sisi atau lebih yang memiliki warna sama, dimana lintasan pelangi (*rainbow path*) adalah sebuah lintasan yang terdapat dalam graf tersebut. Pewarnaan sisi disebut *Rainbow coloring*, sedangkan bilangan terhubung pelangi (*Rainbow Connection Number*) adalah pewarnaan minimal dalam suatu graf G dilambangkan dengan $rc(G)$.

Bilangan terhubung pelangi dapat diterapkan pada hasil operasi dari beberapa graf khusus, misalnya graf berlian dan graf kipas. Graf berlian adalah graf yang diperoleh dari graf tangga segitiga berorde 2n-1 dan ditambahkan suatu titik dan beberapa sisi tertentu. Sedangkan graf kipas adalah graf yang terbentuk dari menghubungkan semua titik m berupa graf lintasan pada sebanyak n titik pusat.

Beberapa penelitian telah dilakukan yaitu mengkaji bilangan terhubung pelangi pada hasil operasi amalgamasi dari beberapa graf khusus tersebut. Seperti yang telah dilakukan oleh Yandera et al (2019) yang mengkaji mengenai bilangan terhubung pelangi pada hasil amalgamasi graf pisma. Penelitian tersebut menghasilkan teorema bilangan terhubung pelangi hasil operasi amalgamasi pada graf prisma. Sebelumnya, Fitriani dan Salman (2016). Juga telah mengkaji bilangan terhubung pelangi hasil amalgamasi pada graf sikel, pohon, komplit, kipas, dan roda. Penelitian tersebut menghasilkan beberapa teorema mengenai bilangan terhubung pelangi hasil operasi amalgamasi dari graf sikel, pohon, komplit, kipas dan roda. Kemudian pada tahun 2020 telah dilakukan beberapa penelitian di universitas negeri gorontalo yang membahas bilangan terhubung pelangi dan bilangan terhubung titik pelangi pada graf baru. Sehingga dari beberapa penelitian yang sudah dilakukan sebelumnya, penulis mencoba untuk melakukan pengembangan pada bilangan terhubung pelangi dengan penambahan operasi amalgamasi dari dua graf khusus. Karena pada penelitian sebelumnya belum ada yang membahas bilangan terhubung pelangi dan bilangan terhubung total pelangi hasil operasi amalgamasi dari graf berlian dan graf kipas, maka penulis tertarik untuk mengkaji bilangan terhubung pelangi dan bilangan terhubung total pelangi hasil operasi amalgamasi graf berlian(Br_4) dan graf kipas(F_3). Alasan pemilihan graf berlian dan graf kipas karena kedua graf tersebut memiliki bentuk yang simetris saat dilakukan operasi amalgamasi, graf berlian dibatasi sebanyak n = 4 dan graf kipas dibatasi sebanyak n = 3 agar pada saat dioperasikan dapat ditentukan ukuran diameter dan bilangan terhubung pelanginya secara akurat. Selain itu amalgamasi dari graf berlian belum pernah diteliti bilangan terhubung pelanginya, namun amalgamasi dari graf kipas sudah pernah diteliti oleh Fitriani dan Salman (2016). Sehingga penulis memilih untuk melakukan operasi amalgamasi pada graf berlian dan amalgamasi gabungan dari graf berlian dan graf kipas.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dipaparkan diatas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan bilangan terhubung pelangi dari hasil operasi amalgamasi pada graf berlian(Br_4) dan gabungan graf berlian(Br_4) dan graf kipas(F_3)?

2. Bagaimana menentukan bilangan terhubung total pelangi dari hasil operasi amalgamasi pada graf berlian(Br_4) dan gabungan graf berlian(Br_4) dan graf kipas(F_3)?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini, yaitu:

1. Menentukan bilangan terhubung pelangi dari hasil operasi amalgamasi pada Graf berlian(Br_4) dan gabungan graf berlian(Br_4) dan graf kipas(F_3).
2. Menentukan bilangan terhubung total pelangi dari hasil operasi amalgamasi pada graf berlian(Br_4) dan gabungan graf berlian(Br_4) dan graf kipas(F_3).

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Manfaat Teoritis

   a. Memberikan konstribusi dalam perkembangan ilmu pengetahuan pada bidang teori graf yang berkaitan dengan bilangan terhubung pelangi dan bilangan terhubung total pelangi.

   b. Memberikan informasi terkait bilangan terhubung pelangi dan bilangan terhubung total pelangi pada hasil operasi amalgamasi graf berlian dan graf kipas.

   c. Digunakan sebagai acuan pada penelitian selanjutnya.

2. Manfaat Praktis

Digunakan dalam optimasi pengamanan sistem pengiriman suatu informasi dari satu pihak ke pihak lainnya.