BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu kajian dasar dalam mempelajari ilmu matematika mengenai aljabar adalah matriks. Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan, yang kemudian Bilangan tersebut dinamakan entri atau elemen dari matriks. Banyak hal yang dapat dihitung dari suatu matriks, seperti perkalian matriks, penjumlahan, determinan, invers, Trace matriks dan sebagainya (Anton, 1987).

Dalam aljabar linear dipelajari tentang berbagai macam matriks, salah satu matriks yang bentuknya sangat unik adalah matriks *circulant*. Matriks *circulant* adalah matriks berordo $n \times n$ yang dibentuk dari n vektor dan hanya memiliki satu input pada baris pertama. Setiap entri dari baris sebelumnya bergeser satu posisi ke kanan yang menghasilkan baris berikutnya dan entri sepanjang diagonal matriksnya adalah sama. Matriks *circulant* pada umumnya digunakan untuk menyelesaikan persamaan polinomial. Untuk setiap $z_0, z_1, z_2, \ldots, z_{n-1} \in \mathbb{C}$, Matriks *circulant* $Z_{n\times n}$ yang dinotasikan dengan $Circ(z_0, z_1, z_2, \ldots, z_{n-1})$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$Z_{n\times n} = \begin{bmatrix} z_0 & z_1 & z_2 & \cdots & z_{n-3} & z_{n-2} & z_{n-1} \\ z_{n-1} & z_0 & z_1 & \cdots & z_{n-4} & z_{n-3} & z_{n-2} \\ z_{n-2} & z_{n-1} & z_0 & \cdots & z_{n-5} & z_{n-4} & z_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ z_3 & z_4 & z_5 & \cdots & z_0 & z_1 & z_2 \\ z_2 & z_3 & z_4 & \cdots & z_{n-1} & z_0 & z_1 \\ z_1 & z_2 & z_3 & \cdots & z_{n-2} & z_{n-1} & z_0 \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

(Kannan, 2016).

Matriks *circulant* sering dibahas dalam beberapa bidang keilmuan. Carrasquinha *et al.* (2018) menggunakan matriks *circulant* untuk merekonstruksi atau mentransformasi suatu gambar, dimana proses transformasi ini secara signifikan mengurangi waktu komputasi dibandingkan menggunakan cara umum dalam merekonstruksi gambar. Selanjutnya dalam bidang Pemrosesan Sinyal (*Compressed Sensing*), Feng et al. (2019) menggunakan matriks *circulant* untuk merekonstruksi sinyal secara efisien. Selanjutnya DeVille dan Nijholt (2021), menemukan formula nilai eigen dalam penyelesaian masalah Peta jaringan (*Network Mapping*). Pada bidang matematika Aljabar, Carmona *et al.* (2020) menemukan teknik khusus dalam menentukan Grup Invers dari matriks *circulant* dan beberapa kelas matriks *circulant*. Matriks *circulant* juga pernah dibahas oleh Aryani *et al.* (2018) yang menemukan formula tertutup (*Closed Formula*) untuk Trace matriks Toeplitz Kompleks bentuk Khusus 3×3 berpangkat-n bilangan bulat positif. Dengan pembahasan yang sama, Aryani (2019) menemukan formula dari Trace matriks kompleks 2×2 berbentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif. Terakhir, Rahmawati *et al.* (2019) menemukan bentuk umum dari trace matriks real 3×3 berpangkat bilangan bulat positif dan negatif.

Pada penelitian ini akan dibahas bentuk umum matriks *circulant* kompleks 3×3 berpangkat-n, untuk n bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif, dilanjutkan dengan penentuan bentuk umum dari trace matriks *circulant* kompleks 3×3 berpangkat-n, untuk n bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah

1. Bagaimana bentuk umum Matriks Circulant Kompleks Bentuk Khusus 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat ?
2. Bagaimana bentuk umum Trace Matriks Circulant Kompleks Bentuk Khusus 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat ?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan pada penelitian ini yaitu :

1. Untuk mendapatkan bentuk umum Matriks Circulant Kompleks Bentuk Khusus 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat.
2. Untuk mendapatkan umum Trace Matriks Circulant Kompleks Bentuk Khusus 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat pada penelitian ini yaitu :

1. Rumus umum yang diperoleh pada penelitian ini diharapkan dapat membantu berbagai pihak yang membutuhkan aplikasi trace matriks, terutama dalam menentukan trace matriks circulant berukuran 3×3 berpangkat bilangan bulat.
2. Memberikan kontribusi penelitian dibidang matematika terutama bidang aljabar mengenai trace matriks 3×3 berpangkat bilangan bulat.